№4079 $\begin{cases} 4^x - 6\cdot 2^x + 8 \geq 0 & (1) \\ \log_3 \dfrac{2x^2+3x-5}{x+1} \leq 1 & (2) \end{cases}$

(1) $4^x - 6\cdot 2^x + 8 \geq 0$

Пусть $t = 2^x$; $t > 0$, тогда: (*)

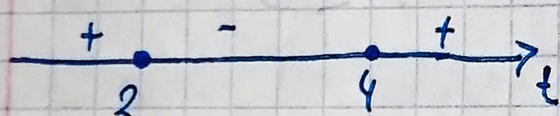
$t^2 - 6t + 8 \geq 0$

$D = 36 - 4\cdot 8 = 4$

$t_1 = \frac{6+2}{2} = 4$

$t_2 = \frac{6-2}{2} = 2$

$(t-4)(t-2) \geq 0$



$t \in (-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$

Учитывая (*)

$t \in (0; 2] \cup [4; +\infty)$

Возвращаемся к замене:

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2^x > 0 \\ 2^x \leq 2 \end{cases} \\ 2^x \geq 4 \end{array} \right.$

$\left[\begin{array}{l} x \leq 1 \\ x \geq 2 \end{array} \right.$, значит $x \in (-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$

См. следующую страницу

(2) $\log_3 \frac{2x^2+3x-5}{x+1} \le 1$

ОДЗ:

$$\frac{2x^2+3x-5}{x+1} > 0$$

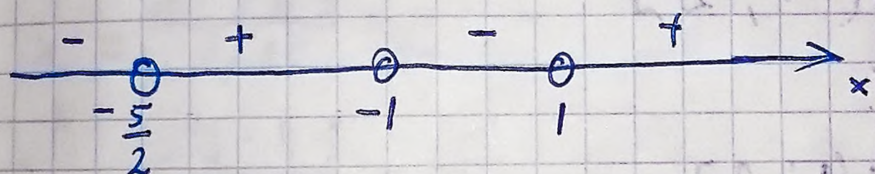
Разобьем на множители $2x^2+3x-5$

$$D = 9 - 4 \cdot 2(-5) = 49$$

$$x_1 = \frac{-3+7}{2\cdot 2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-3-7}{2\cdot 2} = -\frac{10}{4} = -\frac{5}{2}$$

$$\frac{(x-1)(x+\frac{5}{2})}{x+1} > 0$$



$x \in (-\frac{5}{2}; -1) \cup (1; +\infty)$

Вернемся к неравенству:

$$\log_3 \frac{(x-1)(x+\frac{5}{2})}{x+1} \le 1$$

$$(3-1)\left(\frac{(x-1)(x+\frac{5}{2})}{x+1} - 3\right) \le 0$$

$$\frac{2x^2+3x-5-3(x+1)}{x+1} \le 0$$

См. след. стр.

$$\frac{2x^2+3x-5-3x-3}{x+1} \leq 0$$

$$\frac{2x^2+(-8)}{x+1} \leq 0$$

$$\frac{2(x^2-4)}{x+1} \leq 0$$

$$\frac{(x-2)(x+2)}{x+1} \leq 0$$

$x \in (-\infty; -2] \cup (-1; 2]$

Учитывая ОДЗ:

$x \in (-\frac{5}{2}; -2] \cup (1; 2]$

Вернёмся к системе:

$$\begin{cases} x \in (-\infty; 1] \cup [2; +\infty) \\ x \in (-\frac{5}{2}; -2] \cup (1; 2] \end{cases}$$

$x \in (-\frac{5}{2}; -2] \cup \{2\}$

$\boxed{\text{Ответ: } x \in (-\frac{5}{2}; -2] \cup \{2\}}$