

$$\sqrt{4099} \begin{cases} 5^{x+2} + 2 \cdot 5^{-x} \leq 51 & (1) \\ \log_{25} 0,25 \geq \log_2 32x - 1 & (2) \end{cases}$$

$$(1) 5^{x+2} + 2 \cdot 5^{-x} \leq 51$$

$$25 \cdot 5^x + \frac{2}{5^x} \leq 51$$

Пусть $t = 5^x$; $t > 0$, тогда:

$$25t + \frac{2}{t} \leq 51$$

$t > 0$, знаменатель мы можем домножить

неравенство на t без смены знака кр-ва

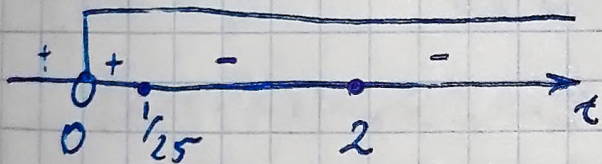
$$25t^2 + 2 \leq 51t$$

$$25t^2 - 51t + 2 \leq 0$$

$$D = 51^2 - 4 \cdot 2 \cdot 25 = 2601 - 200 = 2401$$

$$x_1 = \frac{51 + 49}{2 \cdot 25} = 2$$

$$x_2 = \frac{51 - 49}{2 \cdot 25} = \frac{1}{25}$$



$$t \in \left[\frac{1}{25}, 2 \right]$$

Возвращаемся к замечению:

$$\begin{cases} 5^x \geq \frac{1}{25} \\ 5^x \leq 2 \end{cases}$$

См. следующую страницу

$$\begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq \log_5 2 \end{cases}$$

$$x \in [-2; \log_5 2]$$

$$(2) \log_2 x \frac{1}{4} \geq \log_2 32x - 1$$

$$\log_2 x \cdot 2^{-2} \geq \log_2 32 + \log_2 x - 1$$

$$-2 \log_2 x \cdot 2 \geq 5 + \log_2 x - 1$$

$$-2 \log_2 x \cdot 2 - \log_2 x \geq 4$$

$$\text{OP3: } \frac{-2}{\log_2 2x} - \log_2 x \geq 4$$

$$x \neq \frac{1}{2}, \frac{-2}{1 + \log_2 x} - \log_2 x - 4 \geq 0$$

Пусто $y = \log_2 x$, тогда:

$$\frac{-2}{1+y} - y - 4 \geq 0$$

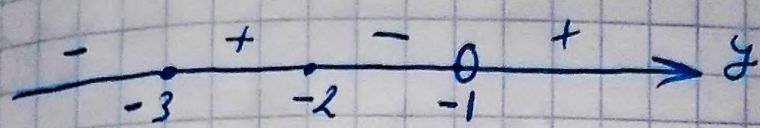
$$\frac{-2 - y(1+y) - 4(1+y)}{1+y} \geq 0$$

$$\frac{-2 - y - y^2 - 4 - 4y}{1+y} \geq 0$$

См. см. eq. стр

$$\frac{y^2 + 5y + 6}{1+y} \leq x \neq 0$$

$$\frac{(y+3)(y+2)}{(y+1)} \leq 0$$



$$y \in (-\infty; -3] \cup [-2; -1)$$

Возвращаемся к замене:

$$\begin{cases} \log_2 x \leq -3 \\ \log_2 x \geq -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_2 x \geq -2 \\ \log_2 x < -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_2 x < -1 \\ \log_2 x \leq -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq 2^{-2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 2^{-2} \\ x < 2^{-1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 2^{-1} \\ x \leq 2^{-3} \end{cases}, \text{ значит: } x \in (-\infty; \frac{1}{8}] \cup [\frac{1}{4}; \frac{1}{2})$$

Возвращаемся к системе

$$\begin{cases} x \in [-2; \log_5 2] \\ x \in (-\infty; \frac{1}{8}] \cup [\frac{1}{4}; \frac{1}{2}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in (-\infty; \frac{1}{8}] \cup [\frac{1}{4}; \frac{1}{2}) \\ \text{С учетом ОДЗ:} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in [-2; \log_5 2] \\ x \in (0; \frac{1}{8}] \cup [\frac{1}{4}; \frac{1}{2}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in [-2; \log_5 2] \\ x \in (0; \frac{1}{8}] \cup [\frac{1}{4}; \frac{1}{2}) \end{cases}$$

$$x \in (0; \frac{1}{8}] \cup [\frac{1}{4}; \log_3 2]$$

$$\text{Ответ: } x \in (0; \frac{1}{8}] \cup [\frac{1}{4}; \log_5 2]$$