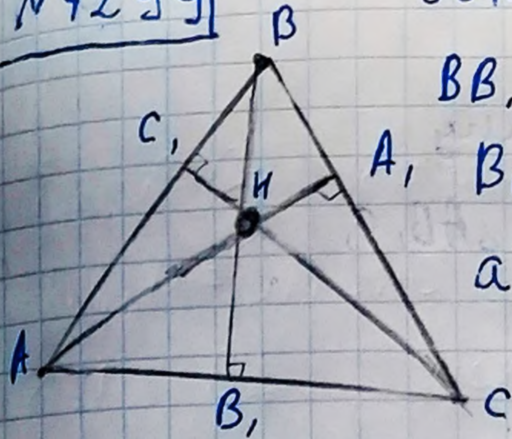
№4299



Дано $\triangle ABC$ - остроугольный

BB_1 и CC_1 - высоты

$BB_1 \cap CC_1 = H$

а) Док-ть: $\angle AHB_1 = \angle ACB$

б) Если $AH = 8\sqrt{3}$, $\angle BAC = 60°$

Найти BC

а) Пусть $AH \cap BC = A_1$

H - ортоцентр, значит $AA_1 \perp BC$

$\triangle AHB_1 \sim \triangle AA_1C$, (по 2-ум углам: $\angle AA_1C = \angle AB_1H$
$\angle AA_1C$ - общий),

значит, из подобия

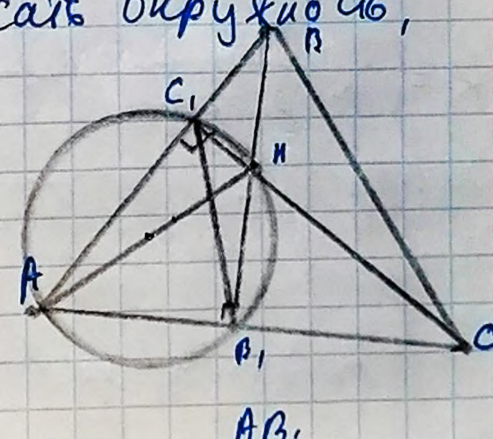
$\angle AHB_1 = \angle ACB$

ЧТД

б) AC_1HB_1: $\angle AC_1H = \angle AB_1H = 90°$, значит

вокруг AC_1HB_1 можно описать окружность,

диаметр которой AH.



B_1C_1 - хорда, значит

$B_1C_1 = AH \cdot \sin\angle BAC =$

$= 8\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 12$

$\triangle ABB_1$: $\angle B_1 = 90°$, $\Rightarrow \cos\angle BAC = \frac{AB_1}{AB}$

$\triangle ACC_1$: $\angle C_1 = 90°$, значит $\cos\angle BAC = \frac{AC_1}{AC}$

Откуда $\frac{AB_1}{AB} = \frac{AC_1}{AC}$

$\frac{AB}{AB_1} = \frac{AC}{AC_1}$ | по признаку

$\angle BAC$ - общий | $\triangle ABC \sim \triangle AB_1C_1$

Значит $\frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{AC_1}$

$\frac{AC}{AC_1} = \frac{1}{\cos\angle BAC}$, отсюда

$BC = \frac{AC}{AC_1} \cdot B_1C_1 = \frac{B_1C_1}{\cos\angle BAC} = \frac{12}{\frac{1}{2}} = 24$

$\boxed{\text{Ответ: } BC = 24}$