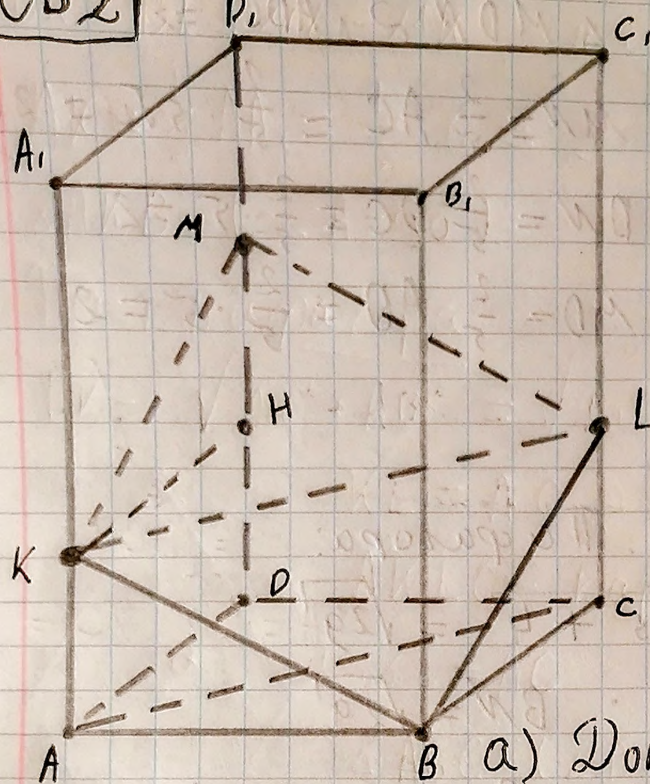
N 5062



Дано $ABCDA_1B_1C_1D_1$ - правильная четырехугольная призма

$K \in [AA_1]$: $AK : A_1K = 1:2$

$\{B;K\} \subset \alpha$; $\alpha \parallel AC$

$\alpha \cap DD_1 = M$

а) Док-ть: $DM : MD_1 = 2:1$

б) если $AB = 4$; $AA_1 = 6$

Найти $S_{сеч}$

а) Док-во:

Пусть $\alpha \cap CC_1 = L$

(AA_1C_1): $\alpha \cap (AA_1C_1) = KL$ | по т. о линии пересечения плоскости проходящей через прямую параллельную другой плоскости

$\alpha \parallel AC$

$AC \subset (AA_1C_1)$

т.к. $AK \parallel CL$, то $AKLC$ - параллелогр. : $KL \parallel AC$

Значит $CL = AK$; По св-ву призмы $(AA_1D_1) \parallel (BB_1C_1)$

По теореме о линии пересечения двух параллельных плоскостей другой плоскостью:

$\alpha \cap (AA_1D_1) = KM$

$KM \parallel BL$; Аналогично $KB \parallel ML$

Проведём $KH \perp DD_1$, значит $HD = AK$

$\frac{HD}{D_1H} = \frac{1}{2}$,

$KM \parallel BL$, $KB \parallel ML$ | по признаку $BKML$ - параллелограмм

~~По св-ву правильной призмы~~

~~$AA_1D_1D = BB_1C_1C$~~, ~~значит~~ (т.к $KMLB$ - параллелогр.)

$KM = BL$, отсюда (т.к. $KH \perp MH$; $BC \perp CL$)

$\triangle KMH = \triangle BLC$ (по гипотенузе и катету),

значит $MH = CL$, т.к. $CL = AK$, то

$MH = KA$, значит

$\frac{MH}{D_1H} = \frac{1}{2}$, отсюда (т.к. $\frac{HD}{D_1H} = \frac{1}{2}$)

$\frac{DM}{MD_1} = \frac{2}{1}$ или $DM : MD_1 = 2 : 1$

ЧТД

б) Аналогично как $KM = BL$, так и

$ML = KB$, т.к. призма правильная

$AB = BC$, значит

$\triangle AKB = \triangle BCL$ (по 2-ум катетам), значит

$BK = BL$, значит

$BK = BL = ML = MK$

$BKML$ - искомое сечение, найдем площадь этой фигуры:

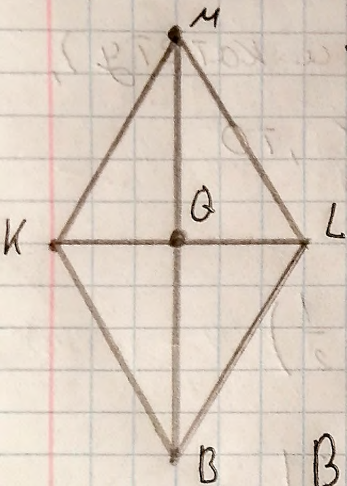
$BK = BL = ML = MK$, значит $BKML$ - ромб

$AK = \frac{1}{3} AA_1 = \frac{1}{3} \cdot 6 = 2$

$\triangle AKB$: ($\angle A = 90°$)

По т. Пифагора:

$KM = BK = \sqrt{AK^2 + AB^2} = \sqrt{4 + 16} = 2\sqrt{5}$



~~$KL = AC$~~ ($KL \parallel AC$; $AK \parallel LC$, значит $AKLC$ - параллелограмм, отсюда $KL = AC$

$\triangle ABC$: ($\angle B = 90°$) По т. Пифагора:

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 4\sqrt{2}$; $KL = AC = 4\sqrt{2}$

$BKML$: Пусть $BM \cap KL = Q$

По св-ву ромба:

$KL \perp BM$; $KQ = QL$; $MQ = QB$

$KQ = \frac{1}{2} KL = 2\sqrt{2}$

$\triangle KMQ$ ($\angle Q = 90°$) По т. Пифагора:

$MQ = \sqrt{KM^2 - KQ^2} = \sqrt{4 \cdot 5 - 4 \cdot 2} = 2\sqrt{3}$

$BM = 2MQ = 4\sqrt{3}$

$S_{сеч} = S_{BKML} = \frac{1}{2} BM \cdot KL = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{2} = 8\sqrt{6}$

Ответ $8\sqrt{6}$