Экономические задачи

Учитель математики МБОУ Наро-Фоминская СОШ №4
Лапикова Марина Владимировна

ЕГЭ задача 17

Содержание критерия	
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: – неверный ответ из-за вычислительной ошибки; – верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Основные виды задач

1. Вклады (сложные проценты)
2. Кредиты с равными (аннуитентными платежами)
3. Кредиты с дифференцированными платежами
4. Оптимальный выбор

presentation-creation.ru

Проценты

- 1% = 0,01
- Если величина B – это x% от A, то

$$B = 0{,}01xA$$

- Величина C увеличилась на x%

$$(1+0{,}01x)C$$

- Величина C уменьшилась на x%

$$(1-0{,}01x)C$$

presentation-creation.ru

Простые проценты

Проценты каждый раз начисляются на первоначальную сумму A_0 вне зависимости от срока хранения вклада и начисленных перед этим процентов.

Пусть X% начисляются в конце каждого периода по правилу простых процентов (месяц, квартал, год). Тогда через m периодов величина средств на счете вкладчика будет равна:

$$A_m = \left(1 + m * \frac{x}{100}\right) A_0$$

presentation-creation.ru

Сложные проценты

Проценты каждый раз начисляются на всю имеющуюся на вкладе сумму (с учетом процентов, которые до этого были начислены и уже добавлены к сумме вклада)

Пусть изначальная сумма вклада A_0 и X% начисляются в конце каждого периода по правилу сложных процентов (период месяц, квартал, год).

Тогда через m периодов величина средств на счете вкладчика будет равна:

$$A_m = \left(1 + \frac{x}{100}\right)^m A_0$$

presentation-creation.ru

Иногда в задачах встречается следующее:

изначальная сумма вклада A_0,

X% - годовых, значит банк ежемесячно увеличивает вклад на $\frac{x}{12}$%

Тогда формула примет вид

$$A_m = \left(1 + \frac{x}{12 * 100}\right)^m A_0$$

presentation-creation.ru

Задача 1

В банк помещен вклад 64000 рублей под 25% годовых. В конце каждого из первых трех лет (после начисления процентов) вкладчик дополнительно положил на счет одну и ту же фиксированную сумму. К концу четвертого года после начисления процентов оказалось, что вклад составляет 385 000 рублей. Какую сумму (в рублях) ежегодно добавлял вкладчик?

presentation-creation.ru

Решение

Пусть X – сумма в тысячах рублей, которую добавлял вкладчик

Тогда 64(1+0,25) +X – сумма на вкладе после 1 года

(64*1,25+X)*1,25+X – после второго

((64*1,25+X)*1,25+X)*1,25+X – после третьего

(((64*1,25+X)*1,25+X)*1,25+X)*1,25 – после 4

Известно, что после 4го года сумма на вкладе составила 385 тысяч рублей

presentation-creation.ru

$(((64*1,25+X)*1,25+X)*1,25+X)*1,25 = 385$

$((80+X)*1,25+X)*1,25+X = 308$

$(100+2,25X)*1,25+X=308$

$3,8125X=183$

$X=48$ тысяч рублей

Ответ: 48 000 рублей

presentation-creation.ru

Задача 2

- Билл несколько лет назад вложил деньги в акции некоего предприятия. Ежегодно он получал прибыль по акциям сначала $9\frac{1}{11}\%$ в год, потом 37,5% в год и, наконец, $6\frac{2}{3}\%$ в год и сразу же вкладывал деньги в те же акции. Известно, что одинаковые процентные ставки были равное число лет, а в конце первоначальная сумма его вклада увеличилась на 156%. Определите срок хранения вклада.

presentation-creation.ru

Решение

- Пусть А первоначальная сумма вклада.
- m – число лет, когда ставка была одинакова

$(1+9\frac{1}{11}:100)^m$ - прибыль по первой ставке

$(1+37{,}5:100)^m$ - прибыль по второй ставке

$(1+6\frac{2}{3}:100)^m$ - прибыль по третьей ставке

presentation-creation.ru

1) A $(1+9\frac{1}{11}:100)^m(1+37{,}5:100)^m(1+6\frac{2}{3}:100)^m$=2,56*A

$(\frac{12}{11}*1{,}375*\frac{16}{15})^m$=2,56

$(\frac{12}{11}*\frac{55}{40}*\frac{16}{15})^m=\frac{64}{25}$

$(\frac{4}{1}*\frac{5}{10}*\frac{4}{5})^m=\frac{64}{25}$

$(\frac{8}{5})^m=\frac{64}{25}$

m=2

2) 3*2=6 (лет)

Ответ: 6 лет

presentation-creation.ru

Задача 3

Банк предлагает два типа вкладов – «Удачный» и «Прибыльный». По вкладу «Удачный» предоставляется 5% годовых, по вкладу «Прибыльный» – 2% за первый год и p%, начиная со второго года. Проценты по обоим вкладам начисляются в конце каждого года и прибавляются к сумме вклада. При каком наименьшем целом значении p трехлетний вклад «Прибыльный» окажется выгоднее трехлетнего вклада «Удачный», при условии, что первоначально вклады были равны?

presentation-creation.ru

Решение:

Пусть А – первоначальная сумма вклада

$A(1+\frac{5}{100})^3$ - через 3 года будет на вкладе Удачный

$A(1+\frac{2}{100})^1(1+\frac{p}{100})^2$ - через 3 года будет на вкладе Прибыльный

Найти р – наименьшее целое, удовлетворяющее

$$A\,(1+\frac{2}{100})\,(1+\frac{p}{100})^2 > A(1+\frac{5}{100})^3$$

presentation-creation.ru

$$\left(\frac{51}{50}\right)\left(\frac{100+p}{100}\right)^2 > \left(\frac{21}{20}\right)^3$$

$$\left(\frac{100+p}{100}\right)^2 > \frac{50}{51}\,\frac{21}{20}\,\frac{21}{20}\,\frac{21}{20}$$

$$\left(\frac{100+p}{100}\right)^2 > \frac{1}{17}\,\frac{7}{2}\,\frac{21}{4}\,\frac{21}{20}$$

$$(100+p)^2 > \frac{1}{17}\,\frac{7}{2}\,\frac{21}{4}\,\frac{21}{20} * 10000$$

$$(100+p)^2 > \frac{1}{17}\,\frac{7}{2}\,\frac{21}{4}\,\frac{21}{1} * 500$$

$$(100+p)^2 > \frac{385875}{34}$$

$$(100+p)^2 > 11349{,}2$$

presentation-creation.ru

$(100 + p)^2 > 11349{,}2$ (*)

$10000 < 11349 < 12100$

$100^2 < 11349 < 110^2$

Найдем наименьшее целое р, при котором будет верно (*)

P=1…..10

$(100 + 5)^2 < 11349{,}2$ $\quad$ $11025 < 11349{,}2$

$(100 + 6)^2 < 11349{,}2$ $\quad$ $11236 < 11349{,}2$

$(100 + 7)^2 < 11349{,}2$ $\quad$ $11449 > 11349{,}2$

Значит наименьшее р =7

Ответ: 7

presentation-creation.ru

Кредиты равными платежами

- Возьмем кредит размером S под r% годовых сроком на N лет.
- Размер платежа P

1год $S(1+\frac{r}{100}) - P$

2 год $(1+\frac{r}{100})(S(1+\frac{r}{100}) - P) - P=S(\mathbf{1} + \frac{\boldsymbol{r}}{\mathbf{100}})^{\mathbf{2}}-(1+(1+\frac{r}{100}))\ P$

Пусть $q= (1+\frac{r}{100})$ – банковский прирост

$S\ q^2\ - (1+q)P$

Тогда через N лет

$Sq^n - (1+q+q^2+\ldots+q^{n-1})P = 0$

- $Sq^n - \frac{q^N-1}{q-1}P = 0$

presentation-creation.ru

Задача 4

Иванов взял кредит 2 180 000 рублей под 40% годовых на 3 года. После начисления процентов вносит в банк одинаковую сумму. Сколько рублей составила переплата по кредиту, если он рассчитался по нему тремя равными платежами.

Решите задачу самостоятельно.

Проверьте ответ: 1 936 000.

presentation-creation.ru

Используемая литература и электронные ресурсы

1. Лысенко Ф.Ф, Иванова С.О. Математика ЕГЭ-2020. Тематический тренинг 10-11 классы – Ростов н/Д: Легион, 2019
2. Лысенко Ф.Ф., Кулабухова С.Ю. Математика. Подготовка к ЕГЭ: задача с экономическим содержанием – Ростов н/Д: Легион, 2015
3. Лысенко Ф.Ф., Кулабухова С.Ю. Математика. Подготовка к ЕГЭ-2020. Профильный уровень 40 тренировочных вариантов по демоверсии 2020 года – Ростов н/Д: Легион, 2019
4. Оригинальные шаблоны для презентаций: https://presentation-creation.ru/powerpoint-templates.html
5. https://4ege.ru/matematika/56719-reshenie-ekonomicheskih-zadach-pri-podgotovke-k-ege.html
6. https://fipi.ru/ege/demoversii-specifikacii-kodifikatory#!/tab/151883967-2

presentation-creation.ru